Reprezentacja liczb rzeczywistych

- Dowolną liczbę rzeczywistą:
- – można przedstawić za pomocą skończonego, niepustego zbioru symboli zwanych cyframi.
- – można przedstawić w różnych systemach pozycyjnych,
  - w systemie dziesiętnym liczby zapisuje się w postaci ciągu cyfr dziesiętnych, reprezentowanych przez znaki: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 – np. 1939,17.
  - w systemie dwójkowym liczby zapisuje się za pomocą alfabetu binarnego – np. liczba 101,01 reprezentuje liczbę dziesiętną o wartości 5,25.
- – w językach programowania, w celu oddzielenia części całkowitej od ułamkowej, stosuje się kropkę (np. 1939.17), w matematyce stosuje się przecinek, np. (1939,17).

- Ogólnie: liczba rzeczywista R w układzie pozycyjnym o podstawie p > 1 jest zapisywana w następujący sposób:

$$(R)_p = \pm (C, U)_p = (C)_p,(U)_p$$

- – C – część całkowita, U – część ułamkowa,
- – zakres używanych cyfr: od 0 do p-1:

$$a_i \in \{0, 1, ..., (p-1)\}$$

- Zapis liczb na z góry ustalonej liczbie pozycji.
- – na ogół liczby zapisuje się na z góry ustalonej liczbie pozycji (np. w komputerach podstawową jednostką przetwarzania danych jest słowo maszynowe – np. 16-bitowe),
- – w arytmetyce stałopozycyjnej miejsce przecinka jest ustalone – np. zakłada się, że część całkowita liczby składa się (maksymalnie) z **n cyfr**, natomiast część ułamkowa z **m cyfr**,
- – w stałopozycyjnym systemie liczbowym (n, m) o podstawie p liczbę R zapisujemy w postaci:

$$(R)_p = \pm (a_{n-1}\, a_{n-2} ...\, a_1\, a_0\, ,\, a_{-1}\, a_{-2}\, ...\, a_{-(m-1)}\, a_{-m})_p$$

jej wartość wynosi:

$$(R)_p = \pm (a_{n-1} \cdot p^{n-1} + a_{n-2} \cdot p^{n-2} + ... + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0 + a_{-1} \cdot p^{-1} + a_{-2} \cdot p^{-2} + ... + a_{-(m-1)} \cdot p^{-(m-1)} + a_{-m} \cdot p^{-m})$$

równoważny zapis ma postać:

$$R = \pm \sum_{i=-m}^{n-1} a_i p^i$$

- – wartość maksymalna: $R_{max} = p^n - p^{-m}$,
- – dodatnia wartość minimalna: $R_{min} = p^{-m}$,
- – liczba różnych liczb: $L = p^{n+m}$,
- – bezwzględny błąd przedstawienia liczby: $\Delta = \min(R_i, R_j) = p^{-m}$, gdzie: $R_i \neq R_j$.

<u>Przykłady:</u>

- Liczba R = $123{,}75_{(10)}$ jest reprezentowana w układzie dziesiętnym w postaci:

$123{,}75_{(10)} = (1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2})$.

- W układzie dwójkowym liczba R = $1111011{,}11_{(2)}$ ma następującą reprezentację:

$$1111011{,}11_{(2)} = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} =$$
$$= 64 + 32 + 16 + 8 + 0 + 2 + 1 + 0{,}5 + 0{,}25 = 123{,}75.$$